

# INTEGRAL RANGKAP

Oleh : Danang Mursita

Matematika untuk Perguruan Tinggi - [http://www.biobses.com/judul-buku,300-matematika\\_untuk\\_perguruan\\_tinggi.html](http://www.biobses.com/judul-buku,300-matematika_untuk_perguruan_tinggi.html)

Materi yang dibahas pada bab ini adalah Integral Rangkap Dua, penggunaan integral rangkap dua untuk menghitung Volume dan Pusat Massa, Integral Rangkap Tiga, Koordinat Tabung dan Koordinat Bola

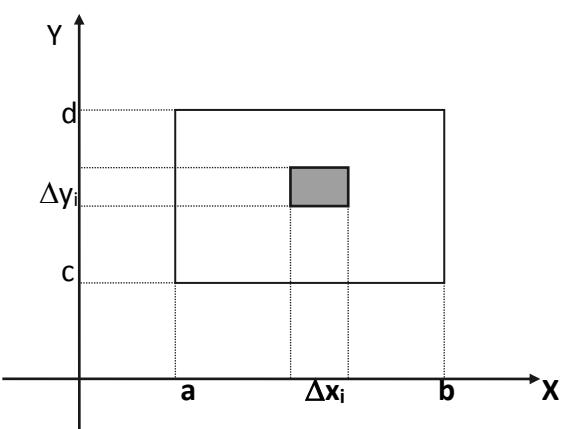
## 10.1. Integral Rangkap Dua

Misal diberikan daerah di bidang XOY yang berbentuk persegi panjang,

$$D = \{(x, y) | a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$$

dan fungsi dua peubah  $z = f(x, y) > 0$ , maka untuk menghitung volume benda ruang yang dibatasi di atas oleh kurva  $z = f(x, y)$  dan di bawah oleh  $D$  dilakukan sebagai berikut.

Bagi daerah  $D$  menjadi sub persegi panjang yang berukuran  $\Delta x_i$  dan  $\Delta y_i$ . Ambil sebuah titik pada sub persegi



Gambar 0-1

panjang, misal titik potong diagonal  $(x_i, y_i)$ , sehingga kita dapatkan bangun ruang yang dibatasi di atas oleh  $z = f(x, y)$  dan di bawah oleh sub persegi panjang. Bangun ruang (partisi) tersebut akan mendekati bangun balok dengan tinggi  $f(x_i, y_i)$ . Maka kita dapatkan

volume tiap-tiap partisi adalah hasilkali luas alas ( $\Delta A_i = \Delta x_i \Delta y_i$ ) dan tinggi ( $f(x_i, y_i)$ ), yakni  $V_i = f(x_i, y_i) \Delta A_i$ . Bila tiap-tiap partisi kita jumlahkan maka dapat dituliskan dalam bentuk:  $\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n f(x_i, y_i) \Delta A_i$ . Jumlah volume partisi tersebut akan merupakan volume bangun ruang yang dibatasi di atas

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Alexander Fiskhin, *Lecture Notes : The Fourier Transform and its Applications*, Stanford University, 2000.
- [2]. Andrews Jeffrey, *Lecture Notes : Linear Systems and Signals*, University of Texas, 2003.
- [3]. Anton Howard, Calculus, 3<sup>rd</sup> , John Wiley and sons, USA, 1988
- [4]. Earl D Rainville, Phillip E Bedient, Elementary Differential Equations, 7<sup>th</sup> , Maxwell Macmillan international Editions, Singapore, 1989
- [5]. E B Saff, A D Snider, *Fundamentals of Complex analysis for Mathematics, Science and Engineering*, Printice Hall Inc, USA, 1976.
- [6]. Edwin J Purcell, Dale Van berg, Calculus with analytic Geometry, 5<sup>th</sup> , Prentice Hall, USA, 1987
- [7]. Emmanuel C Ifeachor, Barrie W Jervis, *Digital Signal Processing : A Practical Approach*, 2nd , Prentice Hall, 2002
- [8]. John Douglas Moore , *Lecture Notes : Introduction to Partial Differential Equations*, 2002

- [9]. Kurt Arbenz, Alfred Wohlhauser, Advanced Mathematics for Practicing Engineering , Artech House Inc, USA, 1986
- [10]. Naresh K Sinha, *Linear System*, John Wiley and Sons, Kanada, 1991
- [11]. Roberts Clive, *Lecture Notes : Signals and Sysytems*, 2003 B Neta , *Lecture Notes : Partial Differential Equations*, Departement of Mathematics, Naval Postgraduate School, California, 2003
- [12]. Ronald N Bracewell, *The Fourier Transform and its Applications*, 3<sup>rd</sup> , MC Graw Hill, Singapore, 2000.
- [13]. Russell Martin, *Numerical and Analytical Techniques*,  
<http://www.eee.bham.ac.uk/russellm/eem3I1/EE3L1%20Slides%20L1%20vector%20spaces.PDF>.
- [14]. Stanley J Farlow, An Introduction to Differential Equations and Their Applications , Mc Graw-Hill Inc, USA, 1994
- [15]. S.J. Farlow, *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers*, John Wiley and Sons, Canada, 1982
- [16]. William E Boyce, Richard C Diprima, Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems, 5<sup>th</sup> , John Wiley and Sons Inc, Canada, 1992.