Kunci Jawaban Ujian I – Fungsi Real

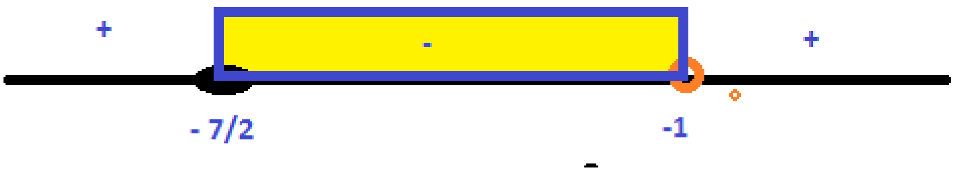
1. Tentukan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $\left|\frac{3-2x}{1+x}\right| \geq 4$

Jawab:

Bentuk $\left|\frac{3-2x}{1+x}\right| \geq 4$ dapat juga dinyatakan menjadi $\frac{3-2x}{1+x} \leq -4$ atau $\frac{3-2x}{1+x} \geq 4$.

- Untuk $\frac{3-2x}{1+x} \leq -4$ diselesaikan sbb:

$$\frac{3-2x}{1+x} + 4 \leq 0 \leftrightarrow \frac{3-2x}{1+x} + \frac{4(1+x)}{1+x} \leq 0 \leftrightarrow \frac{3-2x+4+4x}{1+x} \leq 0 \leftrightarrow \frac{7+2x}{1+x} \leq 0$$



Jadi diperoleh : [- 7/2, -1)

- Untuk $\frac{3-2x}{1+x} \geq 4$ diselesaikan sbb:

$$\frac{3-2x}{1+x} - 4 \geq 0 \leftrightarrow \frac{3-2x}{1+x} - \frac{4(1+x)}{1+x} \geq 0 \leftrightarrow \frac{3-2x-4-4x}{1+x} \geq 0 \leftrightarrow \frac{-1-6x}{1+x} \geq 0$$

Jadi diperoleh : (- 1, - 1/6]

Oleh karena itu solusi pertidaksamaan adalah [- 7/2, -1) $\cup$ (- 1, - 1/6]

2. Tentukan nilai a dan b agar limit fungsi $f(x) = \begin{cases} ax+3 & ; x \leq 1 \\ 4+x & ; 1 < x < 2 \\ -x+b & ; x \geq 2 \end{cases}$ ada di x = 1 dan di x = 2

Jawab:

Limit fungsi ada di x = 1, $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} f(x)$, sehingga diperoleh

$$\lim_{x\to1^-}(ax+3) = \lim_{x\to1^+}(4+x) \leftrightarrow a+3=5 \leftrightarrow a=2$$

Limit fungsi ada di x = 2, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to2^+} f(x)$, sehingga diperoleh

$$\lim_{x\to2^-}(4+x) = \lim_{x\to2^+}(-x+b) \leftrightarrow 6=-2+b \leftrightarrow b=8$$

3. Diberikan dua fungsi, $f(x)=\sqrt{2x-10}$ dan $g(x)=x^2$. Berikan alasan Anda mengapa $g\ o\ f$ terdefinisi? Selanjutnya tentukan $(gof)(x)$ dan D_{gof}.

Jawab:

Syarat agar $g\ o\ f$ terdefinisi adalah $R_f \cap D_g \neq \emptyset$. Sekarang dicari dulu range dari f dan domain dari g.

Cara mencari range dari f → $\sqrt{2x-10} \in R$ sehingga domain dari f → 2x – 10 ≥ 0 atau x ≥ 5 atau [5, ∞), sedangkan range dari f → [0, ∞)

Domain dari g → sebab g parabola maka domain dari g adalah bilangan real.

Jadi $R_f \cap D_g = [5,\infty) \cap (-\infty,\infty) = [5,\infty)$. oleh karena itu $g\ o\ f$ terdefinisi.

Rumusan, $(gof)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{2x-10}) = 2x - 10$. Fungsi linear h(x) = 2x – 10 mempunyai domain himpunan bilangan real tetapi karena $D_{gof} \subseteq D_f$ maka domain dari g o f adalah $D_{gof} = [0,\infty)$

4. Hitung nilai $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

Jawab:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\frac{|x|}{|x|} = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1-2x}{|x|}\,\frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1-2x}{-x}\,\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2+1}}\right) = 2$$