

# Limit tak hingga dan limit di tak hingga

16 September 2015 14:40

## Limit Tak Hingga

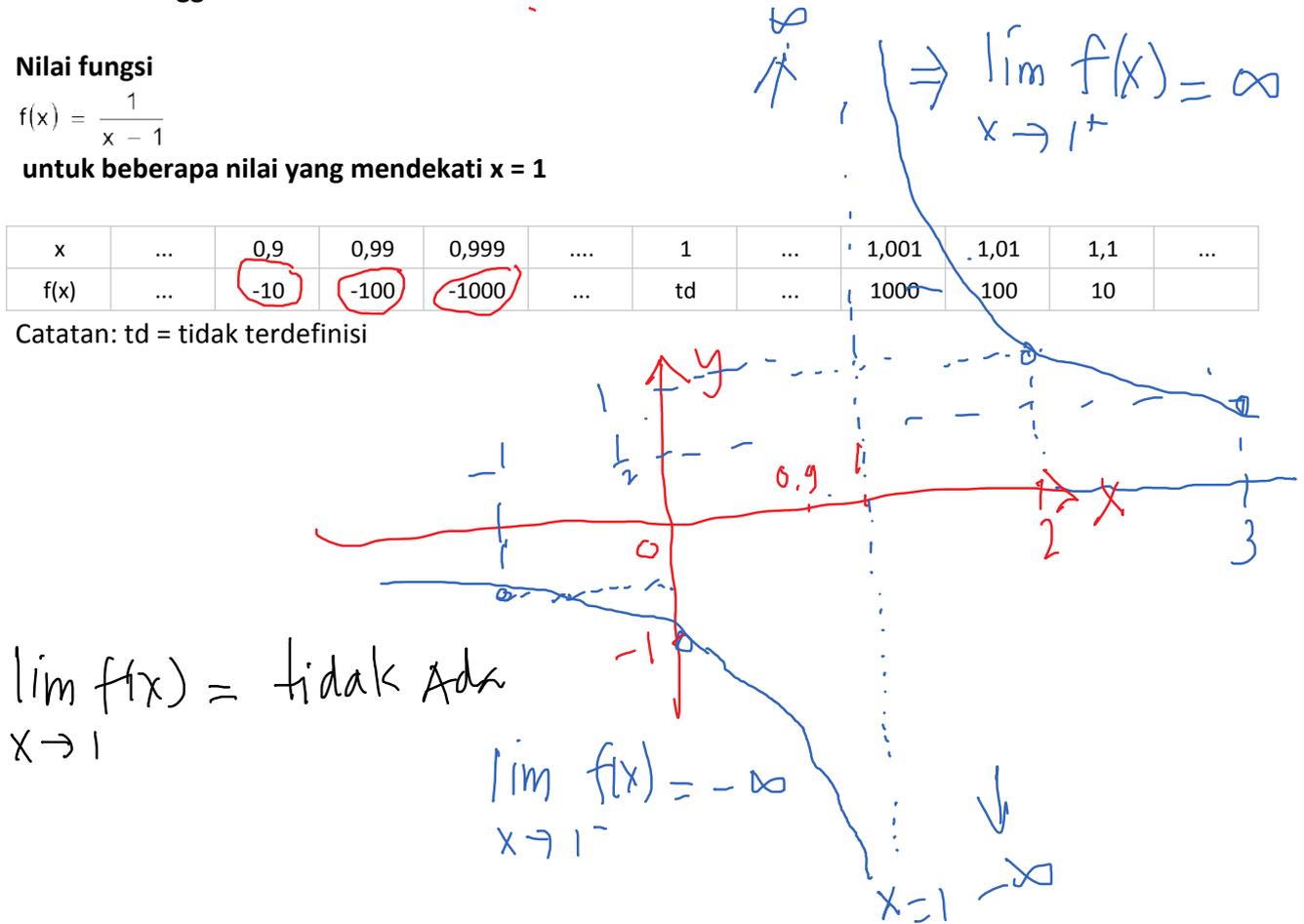
Nilai fungsi

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

untuk beberapa nilai yang mendekati  $x = 1$

x	...	0,9	0,99	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	...
f(x)	...	-10	-100	-1000	...	td	...	1000	100	10	...

Catatan: td = tidak terdefinisi



$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{tidak ada}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

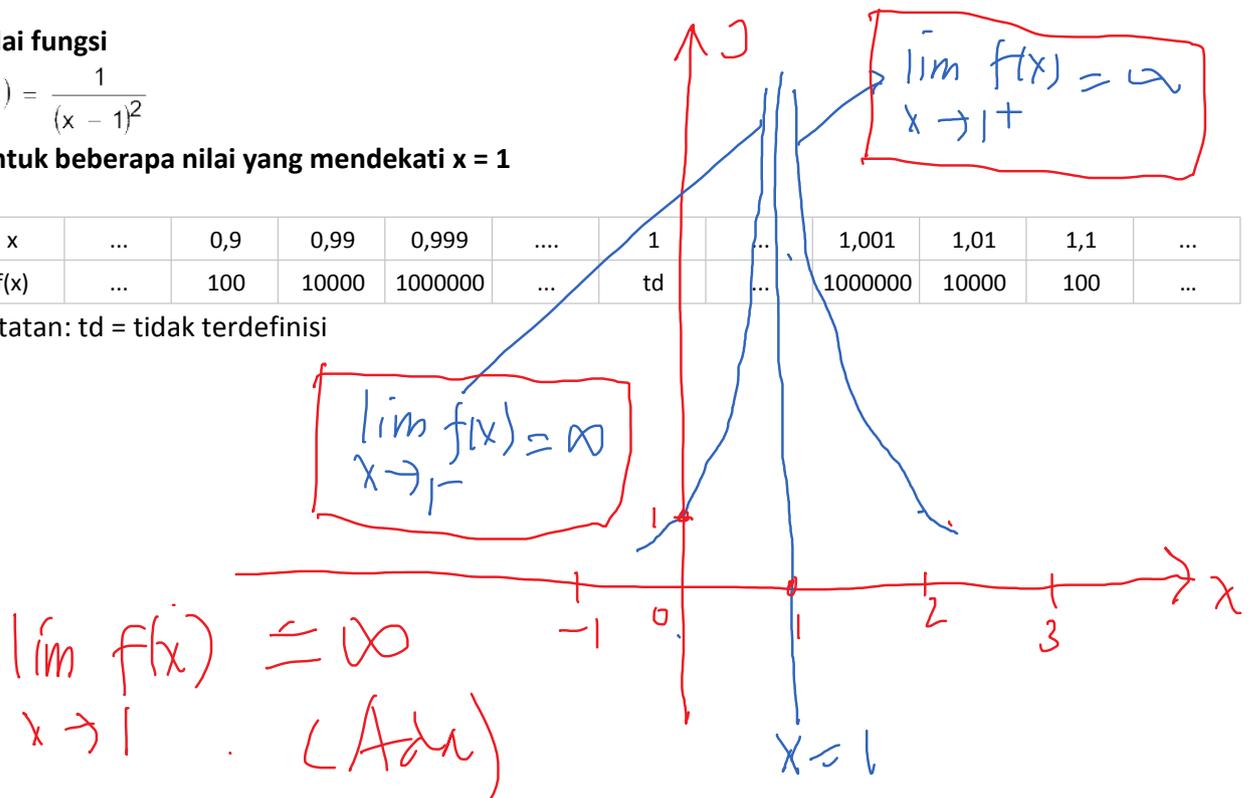
Nilai fungsi

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$$

untuk beberapa nilai yang mendekati  $x = 1$

x	...	0,9	0,99	0,999	...	1	...	1,001	1,01	1,1	...
f(x)	...	100	10000	1000000	...	td	...	1000000	10000	100	...

Catatan: td = tidak terdefinisi



$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$   
(Ada)

$x \rightarrow 1$  (Ada)

$x = 1$

Hitung  
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{3+x}{3-x} \right)$

$x+3 \rightarrow \infty$

$0$

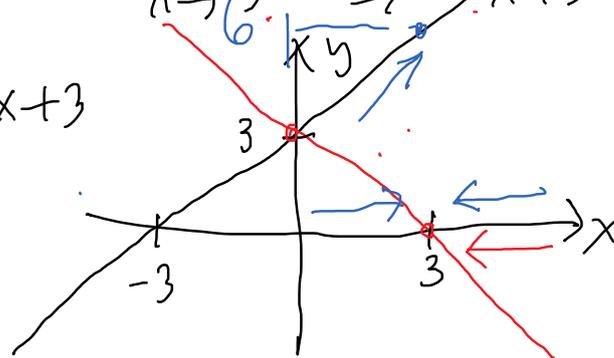
$y = x+3$

$\frac{3-x}{x \rightarrow 3^+}$

$y = 3-x$

$x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x+3 \rightarrow 6$

$x \rightarrow 3^- \Rightarrow x+3 \rightarrow 6$



- $\frac{6}{6}$
- $\frac{6}{-3}$
- $\frac{6}{6}$
- $\frac{6}{-2}$
- $\frac{6}{-1}$
- $\frac{6}{-1/2}$
- $\frac{6}{-1/4}$

$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1+x \rightarrow -1}{x+2 \rightarrow 0(-)}$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2 + 4x + 1}{3-x}$

$\lim_{x \rightarrow -3^-} = 3$

$\frac{2 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 1 = 31}{0(-) \cdot 0(+)}$

$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x+1}$

$= -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} = 1$

Nilai fungsi

$f(x) = \frac{1}{x}$

untuk beberapa nilai yang semakin besar

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$

x	-1	-10	-100	-1000	10000	$10^5$	$10^6$	...
f(x)	-1	-0,1	-0,01	-0,001	0,0001	$10^{-5}$	$10^{-6}$	... $\rightarrow 0$

1	3	5
2	4	R

Nilai fungsi

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

untuk x semakin kecil atau semakin besar

x	±1	±10	±100	±1000	±10000	±10 <sup>5</sup>	±10 <sup>6</sup>	...
f(x)	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-6</sup>	... → 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

Kesimpulan

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x^n} \right) = 0$
- dan
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x^n} \right) = 0$

$n = 1, 2, 3, 4, \dots \in \mathbb{B}^+$

$$\begin{aligned} (1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{1 + x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1}{1 + \frac{1}{x}} \end{aligned}$$

Tips dan Trik perhitungan limit di tak hingga

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

dengan p(x) dan q(x) merupakan polinom,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{q(x)}$

- Untuk Pangkat p(x) ≤ pangkat q(x). Dilakukan dengan membagi pembilang dan penyebut dengan pangkat x pangkat tertinggi yang terjadi di penyebut.
- Untuk Pangkat p(x) > pangkat q(x). Dilakukan dengan membagi pembilang dengan penyebut terlebih dahulu sehingga diperoleh suku rasional dengan pangkat pembilang kurang dari atau sama dengan pangkat penyebut, kemudian baru ditentukan nilai limitnya.

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2}{x^2 - 3x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1 - \frac{3}{x}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 - x^2}{2x^2 + 3x + 5} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{x^2}}{2 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - 1}{2 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}} = \frac{-1}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - 2}{x^2 - 3x + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x + \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 1} \right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 3x + 1} \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^3 - 2}{x^2 - 3x + 1} \right)$$

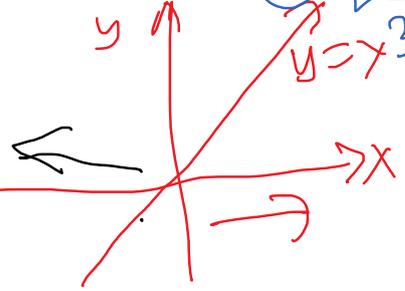
$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 1} \right)$$

$$-\infty + 3$$

$$= -\infty$$

$$= \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x + \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 1} \right)$$



### sifat Nilai Mutlak

$$\bullet |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} = \sqrt{x^2}$$

$$\bullet |x| = \sqrt{x^2}$$

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{\sqrt{4x^2+1}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{\sqrt{4x^2+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{\sqrt{4x^2+1}} \cdot \frac{|x|}{|x|} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{|x|} \cdot \frac{|x|}{\sqrt{4x^2+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-x}{x} \right) \left( \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{4x^2+1}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-x}{x} \right) \cdot \left( \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2}{4x^2+1}} \right)$$

$$= \underbrace{-1}_{(-1)} \cdot \left( \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{4x^2+1} \right)$$

$$= (-1) \sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$